

УДК 624.15

М.А. ГАДЖИЕВ, д-р техн. наук, Азербайджанский университет архитектуры и строительства (Баку); В.В. БАБАНОВ, канд. техн. наук, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет; В.М. ДРААЗ, инженер, Азербайджанский университет архитектуры и строительства (Баку); Я.И. ГУСЕЙНОВ (shahruz97@gmail.com), инженер, Азербайджанский научно-исследовательский институт строительства и архитектуры

Инженерная методика расчета балок на неоднородном по глубине полупространстве

Разработана численная методика исследования напряженно-деформированного состояния балок с применением для упругого основания модели неоднородного по глубине полупространства. Показано, что применение этой модели позволяет уменьшить распределительную способность, и изучено влияние параметров неоднородности основания и показателя гибкости на напряженно-деформированное состояние.

Ключевые слова: основание, балка, неоднородность, гибкость, момент, контактное давление.

Основным недостатком модели местных упругих деформаций грунтовых оснований является полное игнорирование распределительной способности основания, т. е. согласно этой модели осадка основания получается только под загрузочной площадкой, что не соответствует реальным свойствам грунтовых оснований [1]. Вместе с тем данная модель основания широко применяется в расчетной практике благодаря простоте ее применения в математическом отношении. Упомянутый недостаток этой модели устраняется применением модели упругой полуплоскости и упругого полупространства. Данные модели также обладают недостатками. Глубокие математические исследования модели упругой полуплоскости показали, что, обладая распределительной способностью, данная модель переоценивает распределительную способность реальных грунтовых оснований. Кроме того, модель упругой полуплоскости позволяет определить не абсолютные значения осадок, а их относительные значения. При использовании этой модели расчетный аппарат строится с применением формулы Фламана. Данная модель широко развита в трудах известного специалиста И.А. Симбулиди (1973) и его научной школы. Дальнейшим развитием применения моделей, позволяющих учитывать распределительную способность основания, является применение модели упругого полупространства, где отправной точкой применения данной модели является формула Буссинеска, позволяющая определить осадку однородного основания от сосредоточенной силы. В этом случае также переоценивается распределительная способность основания. Б.Н. Жемочкиным (1962) предложена инженерная методика расчета фундаментных балок на упругом полупространстве. Чтобы приблизить распределительную способность основания к реально наблюдаемым, применялись неоднородные по глубине модели. При этом из-за математической трудности решаемых задач прихо-

дилось прибегнуть к различным приближенным вариантам. В 1976 г. Дж. Бурландом предложено решить задачу Буссинеска для полупространства с линейно увеличивающимся по глубине модулем деформаций. Первые попытки решения данной задачи были сделаны Н.К. Снитко (1976), но решение не было доведено до получения аналитического выражения. В [2] данная задача была решена, когда модуль деформации увеличивается по глубине по линейному и квадратичному законам в виде:

$$E_z = E_0 \cdot (1 + \alpha \cdot z) \quad (1)$$

$$E_z = E_0 \cdot (1 + \gamma \cdot z^2). \quad (2)$$

При увеличении модуля деформации по глубине по линейному закону (1) для определения осадки дневной поверхности полупространства на расстоянии r от точки приложения сосредоточенной силы P получено выражение:

$$w_r = w_* \cdot I_*(r) \cdot P, \quad (3)$$

где $w_* = \frac{3 \cdot (1 - \nu_0^2)}{2\pi \cdot E_0}$;

$$I_*(r) = \frac{2}{3r} + \frac{3\alpha}{4} \cdot \left(\frac{9\alpha^2 r^2}{16} - 1 \right) \cdot \ln \left(1 + \frac{4}{3\alpha \cdot r} \right) + \frac{3\alpha}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3\alpha \cdot r}{4} \right), \quad (4)$$

а в случае квадратичного увеличения модуля деформаций основания по (2):

$$I_*(r) = \frac{2}{3r} + \frac{3}{5} \cdot \gamma \cdot r - \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \gamma \cdot \left(1 + \frac{3}{5} \cdot \gamma \cdot r^2 \right) + \sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \gamma \cdot \left(1 + \frac{3}{5} \cdot \gamma \cdot r^2 \right) \cdot \arctg \left(\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \gamma \cdot r \right).$$

Там же показано, что неоднородное полупространство обладает меньшей распределительной способностью, чем однородное, и варьируя параметрами неоднородности, можно регулировать расчетную распределительную спо-

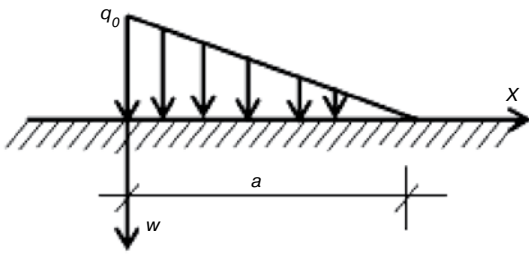


Рис. 1. Схема расчета осадки от треугольной нагрузки

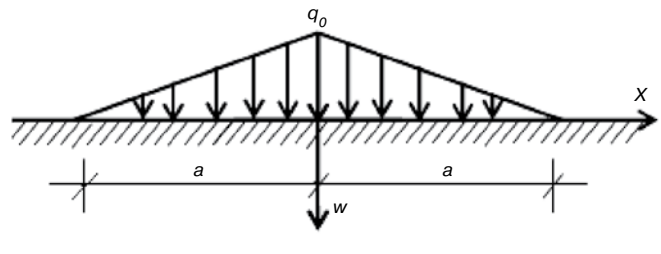


Рис. 2. Схема расчета осадки от нагрузки, приложенной в центре

способность, что важно с точки зрения практического приложения данной модели. При расчете инженерных конструкций на упругом полупространстве широко применяется практическая методика расчета, предложенная Б.Н. Жемочкиным (1962), когда контактное давление между конструкцией и основанием аппроксимируется кусочно-постоянными функциями. Как показано в [3, 4], при равном числе расчетных участков кусочно-линейная аппроксимация дает большую

точность и при переходе от одного участка к другому реактивное давление основания не терпит разрыва. Поэтому в данном случае рассматривается определение осадки дневной поверхности полупространства от треугольной, распределенной по прямоугольной площади, нагрузки (рис. 1) при увеличении модуля деформаций основания по глубине по линейному закону. Согласно рис. 1 и зависимости (3–4) для искомого осадки имеем:

$$w_x = w_* \cdot q_0 \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^a \left(1 - \frac{x_1}{a}\right) \cdot \left[\frac{2}{3 \cdot \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2}} + \frac{3\alpha}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3\alpha}{4} \cdot \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2}\right) + \frac{3\alpha}{4} \cdot \frac{9\alpha^2}{16} \cdot ((x-x_1)^2 + y^2) \cdot \ln \left(1 + \frac{4}{3\alpha \cdot \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2}}\right) - \frac{3\alpha}{4} \cdot \ln(4 + 3\alpha \cdot \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2}) + \frac{3\alpha}{4} \cdot \ln(3\alpha \cdot \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2}) \right] dx_1 dy. \quad (5)$$

Вычислив интеграл от первого слагаемого, найдем: $w_x = w_* \cdot q_0 \cdot \Psi_0(x)$, где

$$\Psi_0(x) = \left(1 - \frac{x}{a}\right) \cdot \left[\frac{2b}{3} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{4(a-x)^2 + b^2} + 2(a-x)}{\sqrt{4x^2 + b^2} - 2x} \right) + \frac{2(a-x)}{3} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{4(a-x)^2 + b^2} + b}{\sqrt{4(a-x)^2 + b^2} - b} \right) + \frac{2x}{3} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{4x^2 + b^2} + b}{\sqrt{4x^2 + b^2} - b} \right) - \frac{b}{6a} \cdot \sqrt{4(a-x)^2 + b^2} + \frac{b}{6a} \cdot \sqrt{4x^2 + b^2} - \frac{(a-x)^2}{3a} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{4(a-x)^2 + b^2} + b}{\sqrt{4(a-x)^2 + b^2} - b} \right) + \frac{x^2}{3a} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{4x^2 + b^2} + b}{\sqrt{4x^2 + b^2} - b} \right) \right]. \quad (6)$$

Для вычисления осадки однородного основания от нагрузки, показанной на рис. 2, достаточно принять $\Psi_1(x) = \Psi_0(x) + \Psi_0(-x)$.

Теперь перейдем к интегрированию слагаемых в (5), отражающих влияние неоднородности основания по глубине. Если учесть, что $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0$, то из четырех слагаемых в (5), отражающих влияние неоднородности основания к первым трем, может быть применено численное интегрирование. Особенность может появиться только в последнем слагаемом. Поэтому это слагаемое интегрируем по y :

$$J_* = \frac{3\alpha}{4} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \ln(3\alpha \sqrt{(x_1 - x)^2 + y^2}) dy = \frac{3\alpha}{4} \cdot b \cdot \ln \left(\frac{3\alpha}{2} \cdot \sqrt{4(x_1 - x)^2 + b^2} \right) - \frac{3\alpha \cdot b}{4} + \frac{3\alpha \cdot (x_1 - x)}{2} \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{b}{2(x_1 - x)} \right). \quad (7)$$

Теперь с применением $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{const}}{x} \right) = 0$ к выражению (7) может быть применен метод численного интегрирования. Чтобы не загромождать выражение осадки с учетом неоднородности, эти интегралы вычислим численно с применением квадратурной формулы Гаусса с восемью узлами, обладающей высокой точностью по сравнению с другими квадратурными формулами:

$$\Psi_*(x) = -\frac{3\alpha \cdot a \cdot b}{4} + \frac{a}{2} \cdot \sum_{i=1}^8 C_i \cdot \frac{1-x_i}{2} \cdot \left\{ \frac{3\alpha \cdot b}{4} \cdot \ln \left(\frac{3\alpha}{2} \cdot \sqrt{4 \left(\frac{a}{2} \cdot (1+x_i) - x \right)^2 + b^2} \right) + \frac{3\alpha}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} \cdot (1+x_i) - x \right) \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{b}{a \cdot (1+x_i) - 2x} \right) + \frac{b}{2} \cdot \sum_{k=1}^8 C_k \cdot \left[\frac{3\alpha}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3\alpha}{4} \cdot \sqrt{\left(\frac{a}{2} \cdot (1+x_i) - x \right)^2 + \frac{b^2}{4} \cdot x_k^2} \right) + \frac{27\alpha^3}{64} \cdot \left(\left(\frac{a}{2} \cdot (1+x_i) - x \right)^2 + \frac{b^2}{4} \cdot x_k^2 \right) \cdot \ln \left(1 + \frac{4}{3\alpha \cdot \sqrt{\left(\frac{a}{2} \cdot (1+x_i) - x \right)^2 + \frac{b^2}{4} \cdot x_k^2}} \right) - \frac{3\alpha}{4} \cdot \ln \left(4 + 3\alpha \cdot \sqrt{\left(\frac{a}{2} \cdot (1+x_i) - x \right)^2 + \frac{b^2}{4} \cdot x_k^2} \right) \right] \right\}. \quad (8)$$

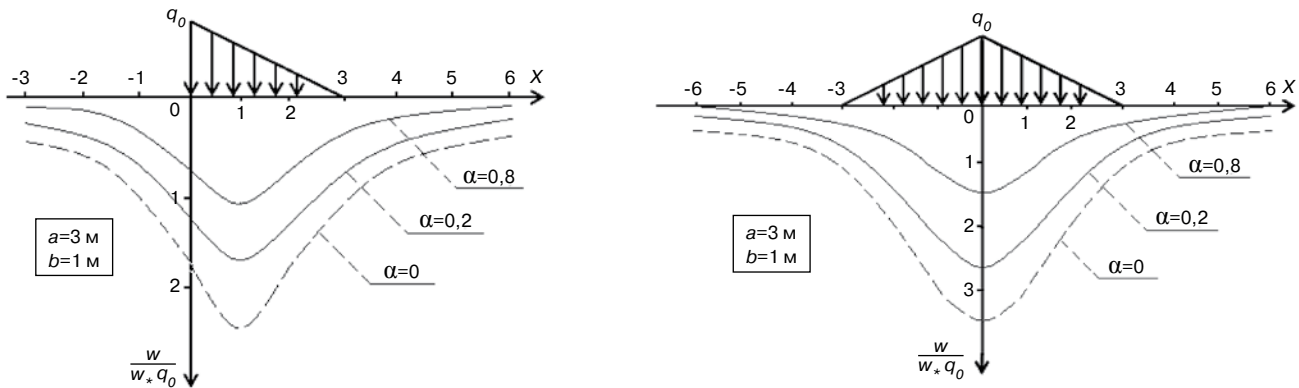


Рис. 3. Функции влияния осадок от соответствующих нагрузок при различных параметрах неоднородности

Тогда осадка от нагрузки, показанной на рис. 1, вычисляется по формуле: $w_x = w_* \cdot q_0 \cdot [\Psi_0(x) + \Psi_*(x)]$, а от нагрузки, показанной на рис. 2, по формуле: $w_x = w_* \cdot q_0 \cdot [\Psi_0(x) + \Psi_*(x) + \Psi_0(-x) + \Psi_*(-x)]$. На алгоритмическом языке Turbo Pascal 7.1 составлена процедура, реализующая вычисления по вышеприведенным формулам.

Для построения методики расчета балка или рама, опирающаяся на упругое основание, отделяется от основания, и его действие на сооружение заменяется распределенным по зоне контакта неизвестным контактным давлением, и оно аппроксимируется кусочно-линейными функциями, что равносильно разбивке контактной зоны на определенное количество участков не обязательно равной длины и принятию изменения контактного давления в пределах введенных зон линейными функциями. При этом в роли основных неизвестных выступают ординаты контактного давления на границах введенных зон. Увеличивая количества зон, можно вести расчет с любой желаемой точностью. Таким образом, решение рассматриваемой задачи сводится к расчету незакрепленной балки и рамы, нагруженной заданной внешней нагрузкой и неизвестным контактным давлением. Чтобы обеспечить ее геометрическую неизменяемость она закрепляется заделкой в любой точке и рассчитывается на совместное действие выше упомянутых нагрузок. Затем, рассчитывая конструкцию известными методами строительной механики стержневых систем для вертикальных перемещений контактной зоны, находим:

$$\{Y_*\} = \{Y\}_p + [A] \cdot \{q\}. \quad (9)$$

С учетом перемещения балки или рамы как жесткого тела, так как в действительности они были свободными, для истинных перемещений имеем:

$$\{Y\} = \{Y_*\} + y_0 \cdot \{G\} + \phi_0 \cdot \{H\} = \{Y\}_p + y_0 \cdot \{G\} + \phi_0 \cdot \{H\} + [A] \cdot \{q\}, \quad (10)$$

где y_0 и ϕ_0 – соответственно линейное поступательное перемещение и угловое перемещение балки или рамы в сечении, в котором была введена заделка. Так как система находится в равновесии, для свободной системы составляются два уравнения равновесия в виде проекций всех сил на вертикальную ось и сумма моментов относительно любой точки. Третье уравнение выполняется автоматически, так как отсутствуют горизонтальные силы. Уравнения равновесия в матричной форме имеют вид:

$$[B] \cdot \{q\} = \{U\}. \quad (11)$$

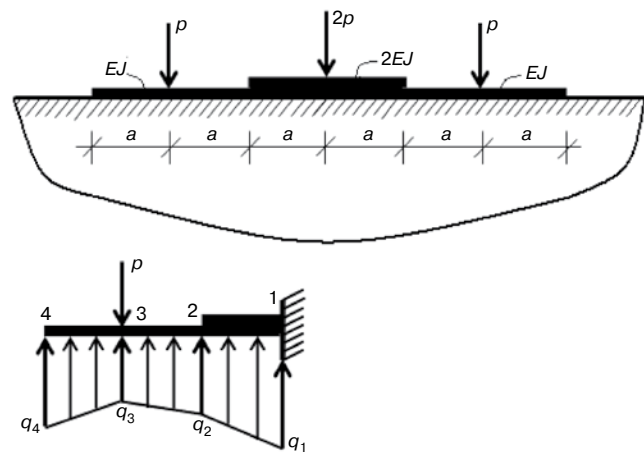


Рис. 4. Эпюры изгибающих моментов и контактного давления в двухступенчатой балке, нагруженной тремя сосредоточенными силами

Таким образом, если искомыми ординатами неизвестного контактного давления будет n неизвестных q_1, q_2, \dots, q_n общее количество неизвестных с учетом неизвестных y_0 и ϕ_0 будет $n+2$.

Далее, используя построенные функции влияния осадок основания на принципе независимости действия сил, определяются осадки основания в точках, где вычислялись прогибы балки:

$$\{W\} = [D] \cdot \{q\}. \quad (12)$$

Теперь из условия плотного прилипания балки к основанию, т. е. из контактного условия $\{W\} = \{Y\}$ получаем следующее матричное уравнение:

$$[D] \cdot \{q\} = \{Y\}_p + y_0 \cdot \{G\} + \phi_0 \cdot \{H\} + [A] \cdot \{q\}. \quad (13)$$

Решив это матричное уравнение, выражаем ординаты контактного давления между основанием и балкой через перемещения y_0 и ϕ_0 :

$$\{q\} = \{Z\}_p + y_0 \cdot \{G_*\} + \phi_0 \cdot \{H_*\}, \quad (14)$$

где $\{Z\}_p = ([D] - [A])^{-1} \cdot \{Y\}_p$; $\{G_*\} = ([D] - [A])^{-1} \cdot \{G\}$; $\{H_*\} = ([D] - [A])^{-1} \cdot \{H\}$.

Учитывая (14) в (11), получаем систему линейных уравнений относительно неизвестных перемещений y_0 и ϕ_0 . Решив ее, находим эти неизвестные и, учитывая их найденные значения в (14), находим ординаты контактного давления; тем

самым раскрывается статическая неопределимость балки или рамы на упругом основании. После этого дальнейший расчет ведется известными методами строительной механики. Изложенное проиллюстрируем численными примерами.

Пример 1. На рис. 3 построены функции влияния осадок от соответствующих нагрузок при различных значениях параметра неоднородности. Как видно из этих графиков, с увеличением параметра неоднородности основания сильно уменьшается распределительная способность, а также максимальная осадка под загрузочной площадкой. Это указывает на то, что, изменяя параметр глубинной неоднородности полупространства, можно регулировать распределительную способность основания и тем самым максимально приблизить результаты, доставляемые математической моделью основания к наблюдаемым, в реальных грунтовых основаниях конструкций. Для приведенных примеров увеличение параметра неоднородности α от нуля до 0,8 позволило уменьшить максимальную осадку более чем в два раза, и по удалении от загрузочной площадки распределительная способность уменьшилась в десятки и более раз.

Пример 2. Построим эпюру изгибающих моментов и контактного давления в двухступенчатой балке, нагруженной тремя сосредоточенными силами (рис. 4). Для расчета разделим контактную зону на шесть равных частей и учтем симметрию.

Чтобы изучить влияние параметра неоднородности основания и показателя гибкости балки $t = \frac{3 \cdot (1 - \nu_0^2) \cdot EJ}{2\pi E_0 \cdot ba^3}$, расчеты велись для различных значений этих параметров. Анализ решения показывает, что как для однородного, так и для неоднородного полупространства с увеличением пока-

зателя гибкости балки максимальные изгибающие моменты в среднем сечении уменьшаются. Так, для неоднородного полупространства при увеличении показателя гибкости балки от $t=10$ до $t=100$ это уменьшение составило при параметре неоднородности по глубине $\alpha=0,2$ – 34,64%, а при $\alpha=0,6$ – 37,3%. Для однородного основания уменьшение изгибающего момента составило 35,13%.

При прочих равных условиях параметр неоднородности также достаточно сильно влияет на картину напряженно-деформированного состояния балки на упругом основании. Так, при $t=10$ с увеличением параметра неоднородности от $\alpha=0,2$ до $\alpha=0,6$ максимальный изгибающий момент увеличивается на 10,8%, а при $t=100$ увеличение максимального изгибающего момента составляет 6,3%.

Список литературы

1. Гаджиев М.А., Бабанов В.В., Драаз В.М., Гусейнов Я.И. Решение задачи Буссинеска и его применение для расчета балок на упругом основании для одного случая неоднородности по глубине // Жилищное строительство. 2013. № 5. С. 55–57.
2. Гаджиев М.А., Ахундова М.Т. Задача Буссинеска для неоднородного по глубине полупространства // В кн.: Ученые записки АЗИСУ. Баку. 1996. С. 207–212.
3. Гаджиев М.А., Драаз В.М. Общие принципы расчета рамных конструкций на неоднородном по глубине полупространстве // Теоретическая и прикладная механика. 2011. № 3–4. С. 83–86.
4. Гаджиев М.А., Драаз В.М. Балки и рамы на упругом основании. Баку: TI-MEDIA, 2012. 150 с.

ПОЛЕЗНЫЕ КНИГИ

NEW

Вышла книга

Защита деревянных конструкций



Автор – А.Д. Ломакин, канд. техн. наук,
ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко

В книге приведены результаты исследований, проведенных автором и разработанные им рекомендации по конструкционной и химической защите деревянных конструкций. Большое внимание уделено защите несущих ДКК и конструкций из ЛВЛ от эксплуатационных воздействий и возгорания.

Приведены известные и разработанные автором методы оценки защитных свойств покрытий для древесины, методика и результаты натуральных климатических испытаний покрытий на образцах и фрагментах конструкций. Описаны результаты мониторинга влажностного состояния несущих КДК в таких крупных объектах, как ЦВЗ «Манеж», крытый конькобежный центр в Крылатском в Москве и др., при проведении которого использована разработанная автором методика оценки влажности древесины с использованием модельных образцов.

Книга рассчитана на специалистов и научных работников, работающих в области защиты деревянных конструкций, технологов предприятий по производству КДК и заводов деревянного домостроения, сотрудников проектных организаций и преподавателей вузов. Она может быть полезна также и для организаций, занимающихся строительством зданий и сооружений с применением деревянных конструкций.

Формат книги 165×235 мм, 428 стр.

Ориентировочная цена 700 р.; цена по предварительной заявке 550 р.

Заявки для приобретения направлять

по тел./факсу: (499) 976-20-36, 976-22-08

E-mail: mail@rifsm.ru

Катастрофы и живучесть железобетонных сооружений (классификация и элементы теории)

Скоробогатов С.М.

Екатеринбург: УрГУПС, 2009. 512 с.

Предложена классификация техногенных строительных катастроф для железобетонных сооружений по степени предсказуемости. Термины катастроф заимствованы из одной из классификаций для природных геологических катастроф.

Катастрофы типа «тренд» и «срыв» во многом зависят от организационных и социальных факторов, «экстремум» – от незнания свойств материала при работе в конструкции.

Автору удалось определить параметр резерва живучести конструкции, совпадающий по характеру изменения с информационной энтропией, что позволяет ввести в расчеты масштабный коэффициент. Новый параметр резерва живучести с учетом масштабного коэффициента при обследовании способствует установлению состояния конструкции, поврежденной нагрузкой неизвестной величины, и определению целесообразности и способов усиления. В монографии приводится анализ причин разрушения наиболее известных техногенных строительных катастроф.

Книга адресована научно-техническим работникам, занятым проектированием, при определении сейсмоопасных для проживания и строительства регионов, а также при обследовании, усилении, восстановлении и реконструкции зданий и сооружений в условиях ликвидации последствий от катастроф и аварий.